

Analisi matematica II – Ingegneria edile-architettura ed ingegneria civile
Esame scritto – 15 gennaio 2013

COGNOME _____ NOME _____

numero di matricola

--	--	--	--	--	--	--

Esercizio 1A. Dato il campo vettoriale

$$F(x, y) = \left(\frac{4x}{\sqrt{4x^2 + y^2 - 4}} - e^{-x}, \frac{y}{\sqrt{4x^2 + y^2 - 4}} \right)$$

- 1) Rappresentare l'insieme di definizione I di F e specificare se è semplicemente connesso.
- 2) Verificare se F è conservativo in I e, se esiste, trovare un potenziale di F in I .
- 3) Data la curva γ di rappresentazione parametrica $r(t) = (t, t+3)$, con $t \in [-3, 0]$, calcolare, se esiste, $\int_{\gamma} F$.

Esercizio 1B. Dato il sistema di equazioni differenziali

$$\begin{cases} y_1'(x) = 2y_1(x) + y_2(x) \\ y_2'(x) = 2y_1(x) + y_2(x) \end{cases}$$

- a) Determinare due soluzioni linearmente indipendenti e l'integrale generale del sistema.
- c) Determinare, se esiste, la soluzione del sistema tale che $y_1(0) = 0$, $y_2(0) = 1$.

COGNOME _____ NOME _____

numero di matricola

--	--	--	--	--	--	--

Esercizio 2. Si consideri il seguente dominio nel piano xz :

$$A = \{(x, z) \in \mathbb{R}^2 : z \leq x, (x - 1)^2 + z^2 \leq 1, x^2 + (z + 1)^2 \geq 1\}$$

- 1) Stabilire se esistono il massimo ed il minimo assoluto della funzione $f(x, z) = x + |z|$ ristretta alla frontiera di A . In caso affermativo scrivere il sistema dei moltiplicatori di Lagrange per la ricerca di tali estremi assoluti.
- 2) Determinare una formula di riduzione in coordinate cartesiane ed in opportune coordinate polari per $\iint_A 1 \, dx dz$, se esiste.
- 3) Sia V il solido ottenuto ruotando A di 2π attorno all'asse z . Calcolare il volume di V .
- 4) Sia ora S la superficie frontiera di V e sia $T = S \cap \{(x, y, z) : z \geq 0\}$. Dare una parametrizzazione per T .
- 5) Nel caso in cui esista, calcolare l'equazione del piano tangente a T nei punti $P_o = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1\right)$ e $P_1 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.